

PROBLEMA 2

Quadro dei dati

Termoresistenza PT100

Valore di riferimento a 0°C (273 K)	$R_{T0} = 100 \Omega$
Coefficiente di temperatura	$\alpha = 3,9 \cdot 10^{-3} / ^\circ\text{C}$
Potenza max dissipabile	$P_d < 100 \mu\text{W}$

Sensori a giunzione pn in Si

Caratteristica corrente-tensione	$I = I_s \left[\exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right]$	con $I_s < 0,1 \text{ pA} = 100 \text{ fA}$
Potenza max dissipabile	$P_d < 100 \mu\text{W}$	

Preamplificatore differenziale

Limite di banda da polo semplice a $f_{pa} = 1 \text{ MHz}$

densità efficace di rumore

$S_v^{1/2} = 60 \text{ nV/Hz}^{1/2}$ bianca (unilatera) e componente 1/f con $f_c = 10 \text{ kHz}$

$S_i^{1/2} = 1 \text{ pA/Hz}^{1/2}$ bianca (unilatera) e componente 1/f con $f_c = 10 \text{ kHz}$

(A) Configurazioni con polarizzazione dei sensori in continua

A1) Termoresistenze

Nella configurazione a ponte di Wheatstone con 4 resistenze uguali (1 termoresistenza + 3 resistenze costanti) e con tensione di alimentazione continua V_A , la potenza dissipata nel sensore è

$$\left(\frac{V_A}{2}\right)^2 \frac{1}{R_{T0}} < P_{d\max} = 100 \mu\text{W} \quad \text{pertanto} \quad V_A < 2\sqrt{P_{d\max} R_{T0}} = 200 \text{ mV}$$

scegliamo $V_A = 200 \text{ mV}$.

Una variazione di temperatura ΔT produce una variazione di resistenza $\frac{\Delta R_T}{R_{T0}} = \alpha \Delta T$

e quindi una variazione della tensione di uscita del ponte

$$\Delta V_S = \frac{V_A}{4} \cdot \frac{\Delta R_T}{R_{T0}} = \frac{V_A}{4} \alpha \Delta T = 195 \mu\text{V} \cdot \Delta T$$

Il fattore di conversione è $\frac{dV_S}{dT} = 195 \mu\text{V/K}$

A2) Sensori a giunzione pn in Si

Per una giunzione pn polarizzata in diretta con corrente I sufficiente, cioè con $I \gg I_s \approx 100 \text{ fA}$, la caratteristica è molto bene approssimata da

$$I = I_s \exp\left(\frac{qV}{kT}\right) \quad \text{e} \quad V = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I}{I_s}\right)$$

Nella configurazione con alimentazione continua si impiegano due diodi sensori identici, si sottopongono entrambi alla temperatura T da misurare e si polarizzano in diretta a due livelli di corrente I_1 e I_2 diversi. Con il preamplificatore differenziale si rileva quindi la differenza V_D tra le tensioni ai loro capi

$$V_D = \frac{kT}{q} \left[\ln\left(\frac{I_1}{I_s}\right) - \ln\left(\frac{I_2}{I_s}\right) \right] = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I_1}{I_2}\right)$$

In polarizzazione diretta la potenza dissipata in un diodo si valuta con buona approssimazione considerando la tensione $V = 600 \text{ mV}$ costante

$$IV \approx I \cdot 600 \text{ mV} < P_{d\text{max}} = 100 \mu\text{W} \quad \text{pertanto} \quad I < \frac{P_{d\text{max}}}{0,6 \text{ V}} = 166 \mu\text{A}$$

scegliamo $I_1 = 160 \mu\text{A}$ e $I_2 = 16 \mu\text{A}$ e quindi $\frac{I_1}{I_2} = 10$.

Abbiamo così

$$V_D = \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = 2,3 \frac{kT}{q} \quad \text{cioè a temperatura ambiente } T=300\text{k si ha } V_D \approx 57,5 \text{ mV}$$

Il fattore di conversione è

$$\frac{dV_D}{dT} = \frac{k}{q} \ln\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = \frac{V_D}{T} = 192 \mu\text{V/K}$$

(B) Rumore e limiti di sensibilità in misure con polarizzazione continua dei sensori

In tutti i casi qui considerati la resistenza R_S della sorgente di segnale collegata all'ingresso del preamplificatore differenziale è abbastanza bassa da rendere trascurabile il contributo del generatore di rumore di corrente del preamp rispetto a quello di tensione. Infatti la R_S è data dalla resistenza dei sensori impiegati, quindi per le termoresistenze $R_T \approx 100 \Omega$ e per i due sensori a diodo

$$R_{D1} = \frac{dV_1}{dI_1} = \frac{kT}{qI_1} = 156 \Omega \quad R_{D2} = \frac{dV_2}{dI_2} = \frac{kT}{qI_2} = 1,56 \text{ k}\Omega$$

Quindi in ogni caso risulta $R_S S_i^{1/2} < 2 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}} \ll S_v = 60 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$.

Inoltre si verifica facilmente che il rumore proprio della sorgente (giunzioni p-n o termoresistenze) è trascurabile rispetto a quello del preamp. Pertanto la densità spettrale di rumore totale coincide

con quella del generatore equivalente di tensione del preamp

$$S_T(f) \approx S_v(f)$$

B1) Senza filtro passabasso

Non utilizziamo alcun filtraggio dell'uscita del preamplificatore ed effettuiamo solo un correlated double sampling CDS mediante azzeramento della linea di base dell'amplificatore ogni $T_i = 15-20 \text{ min} \approx 1000\text{s}$ nell'intervallo disponibile. Il rumore subisce:

taglio passa-alto a $f_i = 1/T_i \approx 0,001\text{Hz}$ data dal CDS

taglio passa-basso a $f_s = \pi f_{pa}/2 \approx 1,5\text{MHz}$ dato dal preamp

I contributi del rumore bianco e del rumore 1/f sono perciò

$$\sqrt{n_B^2} = S_v^{1/2} \sqrt{2} \sqrt{f_s - f_i} \approx \sqrt{2} S_v^{1/2} f_s^{1/2} = 104 \mu V$$

$$\sqrt{n_f^2} = \sqrt{2} S_v^{1/2} f_c^{1/2} \sqrt{\ln\left(\frac{f_s}{f_i}\right)} \approx 38,8 \mu V$$

in totale

$$\sqrt{n_T^2} = \sqrt{n_B^2 + n_f^2} = 111 \mu V = \Delta V_{S_{\min}}$$

In queste condizioni il rumore bianco è dominante e la minima variazione di tensione misurabile $\Delta V_{S_{\min}}$ corrisponde a una variazione di temperatura molto maggiore di quanto richiesto:

$$\Delta T_{\min} = \frac{\Delta V_{S_{\min}}}{\frac{dV_S}{dT}} \approx 0,57 K \quad \text{con le termoresistenze}$$

$$\Delta T_{\min} = \frac{\Delta V_{D_{\min}}}{\frac{dV_D}{dT}} \approx 0,58 K \quad \text{con i sensori a diodo}$$

B2) Con filtro passabasso

Manteniamo il CDS sopra detto e filtriamo l'uscita del preamp con un filtro passabasso, che per rilevare le variazioni di temperatura su tempi di 0,1 s occorre passi le componenti in frequenza fino a qualche 10 Hz. Perciò utilizziamo un filtro passabasso con taglio $f_s = 100 \text{ Hz}$ e abbiamo

$$\sqrt{n_B^2} = S_v^{1/2} \sqrt{2} \sqrt{f_s - f_i} \approx \sqrt{2} S_v^{1/2} f_s^{1/2} \approx 1 \mu V$$

$$\sqrt{n_f^2} = \sqrt{2} S_v^{1/2} f_c^{1/2} \sqrt{\ln\left(\frac{f_s}{f_i}\right)} \approx 29,2 \mu V$$

in totale

$$\sqrt{n_T^2} = \sqrt{n_B^2 + n_f^2} = 29,2 \mu V = \Delta V_{S_{\min}}$$

In queste condizioni il rumore 1/f è dominante e la minima variazione di tensione misurabile

$\Delta V_{S,\min}$ corrisponde a una variazione di temperatura che è ridotta, ma rimane maggiore di quanto richiesto:

$$\Delta T_{\min} = \frac{\Delta V_{S,\min}}{\frac{dV_S}{dT}} \approx 0,150K \quad \text{con le termoresistenze}$$

$$\Delta T_{\min} = \frac{\Delta V_{D,\min}}{\frac{dV_D}{dT}} \approx 0,152K \quad \text{con i sensori a diodo}$$

Notiamo che il rumore risulta eccessivo perchè utilizzando una polarizzazione continua del sensore il segnale da misurare è in una banda centrata sulla continua $f=0$ nella quale la densità spettrale del rumore $1/f$ è assai alta, molto maggiore di quella del rumore bianco.

(C) Misure con polarizzazione dei sensori modulata o commutata

Utilizzando per il sensore una opportuna polarizzazione variabile periodica, con frequenza fondamentale f_m maggiore della f_c del rumore $1/f$, si ottiene di spostare la banda del segnale centrandola intorno a f_m prima di immetterlo nel preamplificatore, cioè prima che si aggiunga il rumore $1/f$. Risulta quindi possibile utilizzare un filtraggio a banda stretta centrato su f_m per rilevare il segnale accompagnato da un rumore assai ridotto. I due sensori hanno caratteristiche diverse, vediamo separatamente i due casi.

C1) Termoresistenze

Dato che la termoresistenza ha caratteristica I-V lineare, si può semplicemente utilizzare per il ponte una alimentazione sinusoidale con frequenza $f_m = 100\text{kHz}$ e ampiezza massima V_A eguale alla alimentazione continua $V_A = 200\text{mV}$, mantenendo così lo stesso fattore di conversione (NB: la dissipazione dipende dal valor efficace della tensione e quindi con alimentazione in AC si potrebbe anche usare ampiezza massima V_A aumentata di un fattore $\sqrt{2}$)

Possiamo filtrare l'uscita del preamp con un lock-in amplifier LIA al quale diamo come riferimento la tensione di alimentazione del ponte, che individua frequenza e fase del segnale. Il LIA effettua una demodulazione del segnale riportandolo in banda base (cioè attorno a $f=0$) e poi lo filtra con il filtro passabasso interno. Per questo filtro passabasso vale perciò la stessa considerazione fatta in (B2) e utilizziamo anche qui una frequenza di taglio $f_S = 100\text{ Hz}$. Il rapporto S/N in uscita dal LIA è

$$\frac{S}{N} = \frac{V_S}{\sqrt{2 S_v f_S}} = \frac{V_S}{S_v^{1/2} \sqrt{2 f_S}}$$

come si può mostrare in vari modi, utilizzando la funzione peso del LIA o ragionando sul trasferimento di potenza delle varie componenti in frequenza dall'ingresso all'uscita del LIA e tenendo conto della selezione in frequenza e in fase che il LIA effettua. La minima variazione di

ampiezza misurabile ΔV_{Smin} corrisponde a $S/N=1$

$$\Delta V_{Smin} = S_v^{1/2} \sqrt{2 f_s} = 1 \mu V$$

e la corrispondente minima variazione di temperatura misurabile risulta adeguata a quanto richiesto

$$\Delta T_{min} = \frac{\Delta V_{Smin}}{\frac{dV_S}{dT}} \approx 5 mK$$

C2) Sensori a giunzione pn in Si

Non conviene per i diodi sensori utilizzare una corrente di polarizzazione con una componente modulata sinusoidale e misurare la corrispondente componente modulata della tensione. Dato che le giunzioni hanno caratteristica I-V fortemente non-lineare, la componente modulata della tensione risulta fortemente distorta rispetto alla sinusoide e non si presta per una misura semplice della temperatura.

Conviene invece utilizzare correnti di polarizzazione commutate a onda quadra tali da da ottenere un segnale di tensione ad onda quadra di ampiezza picco-picco $V_D = V_1 - V_2$ con V_1 e V_2 corrispondenti ai livelli I_1 e I_2 nel diodo stabiliti come visto in (A2). Ottenuta tale onda quadra di tensione di ampiezza picco-picco $V_D = V_1 - V_2$ si può misurare l'ampiezza $V_D/2$ o quella della componente fondamentale dell'onda quadra, che vale $\frac{4}{\pi} \frac{V_D}{2}$.

Per produrre l'onda quadra di ampiezza $V_D = V_1 - V_2$ si possono utilizzare vari schemi di commutazione di corrente nei diodi. Ad esempio, nello schema circuitale a due diodi identici che abbiamo usato per le misure in continua si può commutare la corrente in uno dei diodi tra I_1 e I_2 lasciando l'altro a corrente costante I_2 . In uno schema alternativo che utilizza un solo diodo, si può commutare la corrente del diodo tra I_1 e I_2 e rilevare la tensione ai capi del diodo.

Scegliamo come frequenza fondamentale della commutazione ancora $f_m = 100 \text{kHz}$. Ad esempio possiamo usare la tensione sinusoidale utilizzata in (C1) per il ponte e con un apposito circuito ricavarne un'onda quadra con la stessa frequenza fondamentale per comandare la commutazione. Poi possiamo usare questa tensione sinusoidale come riferimento per un LIA dimensionato come in (C1) che riceve segnale e rumore dal preamp. In questo caso, dell'onda quadra di ampiezza V_D il LIA utilizza solo la componente fondamentale a frequenza f_m , che ha ampiezza

$$\frac{4}{\pi} \frac{V_D}{2} = \frac{2V_D}{\pi}$$

Pertanto si ottiene

$$\frac{S}{N} = \frac{2V_D}{\pi \sqrt{2S_v f_s}} = \frac{V_D \sqrt{2}}{S_v^{1/2} \pi \sqrt{f_s}}$$

la minima ampiezza misurabile risulta

$$\Delta V_{D\min} = S_v^{1/2} \frac{\pi}{\sqrt{2}} \sqrt{f_s} = 1,4 \mu V$$

e la corrispondente minima variazione di temperatura misurabile risulta adeguata a quanto richiesto

$$\Delta T_{\min} = \frac{\Delta V_{D\min}}{\frac{dV_D}{dT}} \approx 7 mK$$

Se si utilizza come riferimento per il LIA l'onda quadra anzichè la sinusoidale, cioè se il riferimento e il segnale hanno la stessa forma d'onda, il LIA utilizza tutta la potenza del segnale e il S/N è migliore

$$\frac{S}{N} = \frac{V_D}{2\sqrt{S_v f_s}} = \frac{V_D}{S_v^{1/2} 2\sqrt{f_s}}$$

con un corrispondente miglioramento della minima ampiezza misurabile

$$\Delta V_{D\min} = S_v^{1/2} 2\sqrt{f_s} = 1,2 \mu V$$

e della minima variazione di temperatura misurabile

$$\Delta T_{\min} = \frac{\Delta V_{D\min}}{\frac{dV_D}{dT}} \approx 6,2 mK$$

(D) Conclusioni e commento

Veniva richiesto di misurare variazioni di temperatura piccole fino a 10mK che avvengono su tempi anche abbastanza rapidi $\geq 0,1$ s . Abbiamo visto che nel nostro caso

- per essere in grado di ottenere questo risultato occorre limitare drasticamente il contributo del rumore $1/f$.
- Non si riesce a ottenere questo risultato a livello soddisfacente negli schemi con polarizzazione continua del sensore, perchè il segnale prodotto è proprio nella zona spettrale in cui il rumore $1/f$ è dominante.
- Si riesce a ottenere risultati soddisfacenti con polarizzazioni modulata o commutata in modo da portare il segnale in una zona spettrale dove il rumore $1/f$ è trascurabile e quindi utilizzando un filtraggio a banda stretta quanto permesso dalla banda del segnale (cioè delle variazioni di temperatura), come ottenibile in modo efficace e versatile utilizzando un LIA.